

Pré-Calcul 40S

Enseignante :

Mme. Layton

Nom de l'élève :



Devoir d'Unité :

Permutation, Combinaisons et
Binôme de Newton

Table des matières

Devoir Permutation et Combinaison p. 3

Devoir Binôme de Newton p. 15

Devoir Permutation et Combinaison

1. De combien de façons peut-on placer 2 garçons et 2 filles dans une rangée si les personnes du même sexe ne peuvent pas être l'une à côté de l'autre ?

2. a) Combien de nombres de 4 chiffres peut-on former avec les chiffres 0, 1, 3, 4, 5 et 8 si la répétition des chiffres n'est pas permise ?

b) Combien de nombres de 4 chiffres plus grands que 4 000 et divisible par 5 sont possibles si on utilise les chiffres 0, 1, 3, 4, 5 et 8 et que la répétition des chiffres n'est pas permise ?

Explique brièvement tes calculs.

3. a) Il y a 4 garçons et 3 filles qui doivent s'asseoir le long d'une rangée.

Combien d'arrangements sont possibles si Alexandra, une des 7 personnes, doit s'asseoir au milieu ?

Exprime ta réponse sous forme de nombre entier.

b) Il y a 4 garçons et 3 filles qui doivent s'asseoir le long d'une rangée.

Combien d'arrangements sont possibles si Shawn et Dave, 2 des garçons, ne peuvent pas s'asseoir l'un à côté de l'autre ?

4. Une école offre 4 différents cours de sciences, 3 différents cours de mathématiques et 2 différents cours d'anglais. Julie doit choisir 1 cours de sciences, 1 cours de mathématiques et 1 cours d'anglais. Julie croit qu'elle a 9 options pour son horaire. Démontre pourquoi Julie n'a pas raison

5. Bella a 2 paires de chaussures, 3 pantalons et 10 chemises. Carey a 4 paires de chaussures, 4 pantalons et 4 chemises. Pour s'habiller, il faut avoir une paire de chaussures, un pantalon et une chemise. Qui a le plus de façons de s'habiller? Justifie ta réponse.

6. De combien de façons différentes peut-on placer 4 filles et 4 garçons en une seule rangée si les filles et les garçons doivent alterner?

7. Il y a 5 hommes et 4 femmes qui doivent s'asseoir le long d'une rangée. Combien d'arrangements sont possibles si deux hommes doivent s'asseoir au début de la rangée et deux hommes doivent s'asseoir à la fin de la rangée?

8. Il y a 2 sortes de crayons, 3 couleurs de surligneurs et 5 sortes de stylos. Si tu dois sélectionner un instrument d'écriture de chaque groupe pour former un ensemble, combien d'ensembles d'instruments différents sont possibles?

- a) 10 b) 11 c) 25 d) 30

9. Détermine le nombre de sandwiches possibles à partir du menu suivant.

MENU

Choisis un item de chaque colonne :

<u>Pain</u>	<u>Sauce</u>	<u>Viande</u>	<u>Légumes</u>
Blanc	Mayonnaise	Dinde	Tomate
Seigle	Moutarde	Jambon	Oignon
Brun		Rôti de bœuf	Laitue
		Poulet	

10. Soit les lettres A, B, B, C, D, D, D, D, E, F.

a) Combien d'arrangements différents sont possibles si on doit utiliser toutes les lettres ? Exprime ta réponse sous forme de nombre entier.

b) En utilisant toutes les lettres, combien d'arrangements différents débutent par un B et finissent par un C ? Exprime ta réponse sous forme de nombre entier.

11. Combien d'arrangements différents sont possibles avec les lettres du mot SEPTEMBRE si l'on doit utiliser toutes les lettres?

- a) $9!$ b) $6!3!$ c) $\frac{9!}{3!}$ d) $\frac{6!}{3!}$

12. De combien de façons différentes peut-on arranger les lettres du mot VOLLEYBALL? Exprime ta réponse sous forme factorielle.

13. Un mot contient deux M, deux E, deux N et aucune autre lettre répétée. Imagine qu'un des N est remplacé par un M. Est-ce que ce remplacement mènera à un nombre supérieur ou un nombre inférieur de permutations? Justifie ton raisonnement.

14. Combien d'arrangements de 5 lettres sont possibles avec les lettres P, P, P, O, Y ?

- a) $3!$ c) $\frac{5!}{3!}$
- b) $5!$ d) $\frac{5!}{3!2!}$

15. Résous l'équation suivante :

$$\frac{n!}{4!} = \frac{(n+1)!}{6!}$$

16. Résous $\frac{14!}{12!} = 14n$

17.

Une expression équivalente à $\frac{(n-1)!}{(n-3)!}$ est :

a) $\frac{n-1}{n-3}$

c) $(n-1)(n-2)$

b) $(n-3)(n-2)$

d) $\frac{1}{(n-3)(n-2)}$

18.

Évalue :

$$\frac{{}_9P_4}{{}_9P_5}$$

19. Évalue :

$$\frac{{}_7P_2}{{}_7P_5}$$

20. Détermine la valeur de k : $\frac{-4(k+2)!}{k(k+3)!} = 2$

21. Résous l'équation suivante :

$${}_n P_2 = {}_n C_3$$

22. Résous :

$${}_{n-1} P_2 = 42$$

23. Résous ${}_nP_3 = 48(n - 1)$

24. Résous algébriquement :

$${}_nC_2 = 4n + 5$$

25. Trouve le nombre total d'arrangements possibles pour asseoir 7 adultes et 3 enfants le long d'une rangée si les 3 enfants doivent s'asseoir ensemble.

- a) $10!$ b) $8!3!$ c) $7!3!$ d) $7!$

26. De combien de façons peut-on élire un président, un vice-président et un secrétaire d'une classe de 22 élèves ?

27. Trouve le nombre total d'arrangements possibles pour asseoir 7 adultes et 3 enfants le long d'une rangée si les 3 enfants doivent s'asseoir ensemble.

- a) $10!$ b) $8!3!$ c) $7!3!$ d) $7!$

28. De combien de façons est-ce que quatre couples mariés peuvent être assis sur 8 chaises en rangée si chaque personne veut être assise avec son partenaire ?

- a) $4! \cdot 2^4$ c) $4! \cdot 2^2$
b) $4! \cdot 2^3$ d) $4! \cdot 2$

29. Le nombre de façons de placer 3 garçons et 3 filles en cercle si les garçons et les filles alternent est :

- a) $5! \cdot 2$ c) $3! \cdot 3!$
b) $5!$ d) $3! \cdot 2!$

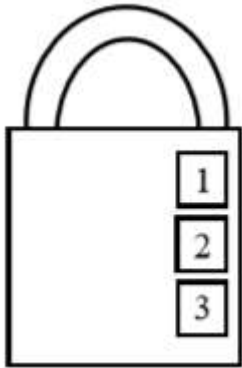
30. Cinq élèves doivent s'asseoir autour d'une table ronde. Deux de ces élèves, Marc et Alice doivent s'asseoir ensemble. De combien de façons peuvent-ils s'asseoir ?

- a) $2! + 3!$ b) $2! 3!$ c) $2! + 4!$ d) $2! 4!$

31. a) De combien de façons est-ce que six personnes peuvent s'asseoir autour d'une table ronde ? si deux personnes refusent d'être assises une à côté de l'autre ?

b) De combien de façons est-ce que six personnes peuvent s'asseoir autour d'une table ronde si deux personnes refusent d'être assises une à côté de l'autre ?

32. Explique pourquoi un cadenas à combinaison devrait plutôt être appelé un cadenas à permutation.



33. a) D'un groupe de 9 personnes, de combien de façons peux-tu sélectionner un comité de 4 membres?

b) D'un groupe de 9 personnes, de combien de façons peux-tu sélectionner un président, un vice-président, un secrétaire et un trésorier?

c) Explique pourquoi les réponses en a) et en b) sont différentes.

34.

Dans une classe, il y a 5 filles et 10 garçons.

a) Combien de comités de 7 personnes peut-on former si le comité doit être composé de 3 filles et de 4 garçons?

Exprime ta réponse sous forme de nombre entier.

- b) Combien de comités de 7 personnes peut-on former si le comité doit être composé d'au moins une fille?

Explique brièvement tes calculs.

Exprime ta réponse sous forme de nombre entier.

35. David et Sarah sont dans une classe de 10 garçons et 8 filles. Un comité comprenant 3 garçons et 2 filles est choisi parmi les élèves de cette classe. Détermine le nombre de comités possibles si David et Sarah ne peuvent pas siéger au même comité.

36. Si ${}_n C_5 = {}_n C_3$, la valeur de n doit être :

- a) 3 b) 5 c) 8 d) 15

37. Détermine la valeur de n .

$${}_n C_9 = {}_n C_3$$

38. Explique pourquoi ${}_3 C_8$ est non-défini.

39. Une équipe de Hockey compte 19 joueurs. De combien de façons peut-on :

a) Choisir un capitaine et un adjoint pour l'équipe ?

b) Choisir trois représentants syndicaux des joueurs qui sont de restes ?

40. Il y a un groupe de 16 garçons et 12 filles. De combien de façons peut-on former un comité de 3 personnes si au moins 2 filles doivent faire partie du comité? Exprime ta réponse sous forme d'un nombre entier.

41. Une classe de mathématiques particulière se compose de plusieurs élèves. De cette classe, tu dois former un comité de 4 élèves comprenant au moins 1 fille. Sans résoudre le problème, explique comment tu pourrais trouver le nombre de façons différentes de former ce comité.

Devoir Binôme de Newton

1. Explique comment le triangle de Pascal peut être utilisé pour déterminer les coefficients dans le développement du binôme $(x + y)^n$.

2. Étant donné la rangée suivante du triangle de Pascal, identifie le binôme dont le développement comprend ces coefficients.

1 5 10 10 5 1

- a) $(x + y)^4$ b) $(x + y)^5$ c) $(x + y)^6$ d) $(x + y)^7$

3.

Voici une rangée du triangle de Pascal.

1 7 21 35 35 21 7 1

Détermine les valeurs de la rangée suivante.

4. a) Combien de termes contient le binôme développé $(2x - 3y^2)^9$? _____
b) Quel est le dernier terme ? Quel est le coefficient du 5^e terme ?

5. Combien de termes y a-t-il dans le développement de $(x^{12} + 3)^{10}$

- a) 9 b) 10 c) 11 d) 5

6. Le binôme $\left(\frac{2}{x} - 4x^3\right)^{3n}$ se trouve sur le 16^e rangée du triangle pascal. Détermine n.

7. Il y a 13 termes dans le développement de $(3x - y)^{2n}$. Détermine la valeur de n.

- a) 6 b) 6,5 c) 7 d) 26

8. Combien de termes se trouvent dans le développement de :

$$\left(3y^2 - 4z\right)^7$$

- a) 2 b) 6 c) 7 d) 8

9.

Dans le développement du binôme $(x - y)^{10}$, combien de termes seront positifs?

Justifie ta réponse.

10. Détermine le 6^e terme du binôme $\left(\frac{2}{x^2} - x^6\right)^8$

11. Développe $(3a - 2b)^5$

12.

Trouve et simplifie le 6^e terme du développement du binôme $\left(3x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^9$.

13. a) Trouve le quatrième terme de $\left[\frac{1}{2x^2} - 4x^3\right]^8$.

b) Trouve le dernier terme de $\left[\frac{1}{2x^2} - 4x^3\right]^8$.

14. Trouve et simplifie le 6e terme du développement du binôme

$$\left(3x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^9$$

15.

Trouve et simplifie le dernier terme dans le développement de $(2y - 3x)^7$.

16.

Dans le développement du binôme de $\left(\frac{3}{x^2} - x^5\right)^{10}$, simplifie le 7^e terme.

17.

Simplifie le 6^e terme dans le développement de :

$$\left(2x - \frac{3}{x^2}\right)^{10}$$

18.

Dans le développement du binôme de $\left(\frac{3}{x^2} - x^5\right)^{10}$, simplifie le 7^e terme.

19.

Trouve et simplifie le dernier terme dans le développement de $(2y - 3x)^7$.

20.

a) Dans le développement du binôme $\left(\frac{3}{x^2} - 4x^5\right)^8$, détermine le 3^e terme.

b) Dans le développement du binôme $\left(\frac{3}{x^2} - 4x^5\right)^n$, le 6^e terme contient x^{25} .
Trouve la valeur de n .

21. Détermine le terme **simplifié** qui contient x^9 dans le développement $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^9$.

22. Un des termes du développement de $(3x + a)^7$ est $81\,648 x^5$. Détermine les valeurs possibles pour a .

23.

Évalue le coefficient du terme qui contient x^3 dans le développement de $(1 + x)^7$.

Justifie ta réponse.

24.

Dans le développement du binôme $\left(\frac{5}{x^3} - x^2\right)^{15}$, il y a un terme qui contient x^5 lorsqu'il est simplifié. Détermine quel terme contient x^5 et simplifie complètement ce terme.

25.

Le 4^e terme du développement du binôme $\left(qx^2 - \frac{3}{x}\right)^{10}$ est $414\,720x^{11}$.

Détermine la valeur de q algébriquement.

26. Évalue le coefficient du terme qui contient x^3 dans le développement de $(1 + x)^7$.
Justifie ta réponse.